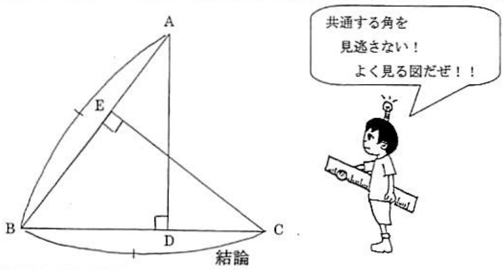
Ⅶ－18

下の図で

$\angle ADB = \angle CEB = 90°$, $AB = CB$ のとき，

$AD = CE$ であることを証明しなさい。



仮定

$\angle ADB = \angle CEB = 90°$
$AB = CB$

結論

$AD = CE$

証明

$\triangle ABD$ と $\triangle CBE$ において

$\angle ADB = \angle CEB = 90°$ (仮定)

$AB = CB$ (仮定)

$\angle ABD = \angle CBE$ (共通)

直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいから

$\triangle ABD \equiv \triangle CBE$

対応する辺は等しいので

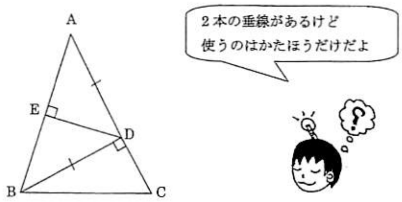
$AD = CE$

Ⅶ－19

下の図△ABCで

$\angle BDC = \angle DEA = 90°$, $DA = DB$ のとき，

$\angle EDA = \angle EDB$ であることを証明しなさい。



仮定

$\angle BDC = \angle DEA = 90°$
$DA = DB$

結論

$\angle EDA = \angle EDB$

証明

$\triangle AED$ と $\triangle BED$ において

$\angle AED = \angle BED = 90°$ (仮定)

$DA = DB$ (仮定)

$ED = ED$ (共通)

直角三角形の斜辺と他の1辺が，それぞれ等しいから

$\triangle AED \equiv \triangle BED$

対応する角は等しいので

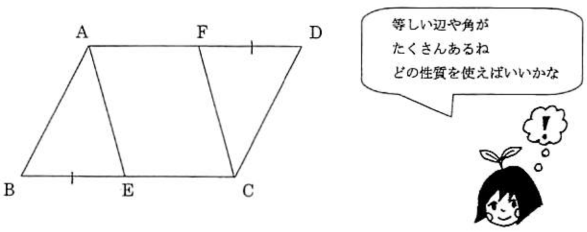
$\angle EDA = \angle EDB$

Ⅷ－1

下の図のような$\square ABCD$で，

$BE = DF$ のとき，

$AE = CF$ であることを証明しなさい。



仮定

$\square ABCD$
$BE = DF$

結論

$AE = CF$

証明

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において

$BE = DF$ (仮定)

$AB = CD$ (平行四辺形の対辺)

$\angle ABE = \angle CDF$ (平行四辺形の対角)

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

対応する辺は等しいので

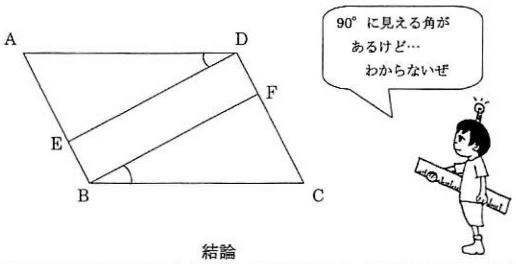
$AE = CF$

Ⅷ－2

下の図のような$\square ABCD$ で，

$\angle ADE = \angle CBF$ のとき，

$DE = BF$ であることを証明しなさい。



仮定

$\square ABCD$
$\angle ADE = \angle CBF$

結論

$DE = BF$

証明

$\triangle AED$ と $\triangle CFB$ において

$AD = CB$ (平行四辺形の対辺)

$\angle DAE = \angle BCF$ (平行四辺形の対角)

$\angle ADE = \angle CBF$ (仮定)

1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいから

$\triangle AED \equiv \triangle CFB$

対応する辺は等しいので

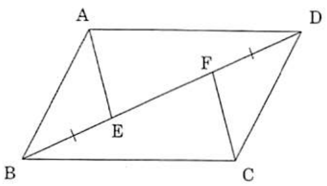
$DE = BF$

Ⅷ－3

下の図のような▱$ABCD$ の対角線 BD 上に E,F がある。

$BE = DF$ のとき，

$AE = CF$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
BE = DF

結論

AE = CF

証明

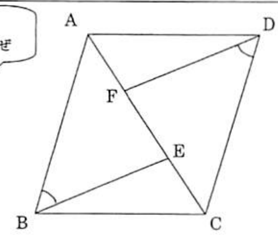
△ABEと△CDFにおいて
AB = CD　（平行四辺形の対辺）
BE = DF　（仮定）
∠ABE = ∠CDF　（平行線の錯角）
2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから
△ABE ≡ △CDF
対応する辺は等しいので
AE = CF

Ⅷ－4

下の図のような▱$ABCD$ の対角線 AC 上に点 E，F がある。

$\angle ABE = \angle CDF$ のとき，

$BE = DF$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
∠ABE = ∠CDF

結論

BE = DF

証明

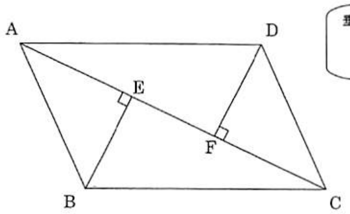
△ABEと△CDFにおいて
AB = CD　（平行四辺形の対辺）
∠ABE = ∠CDF　（仮定）
∠EAB = ∠FCD　（平行線の錯角）
1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいから
△ABE ≡ △CDF
対応する辺は等しいので
BE = DF

Ⅷ－5

下の図のような▱$ABCD$　,の対角線 AC 上に E，F がある。

$AC \perp BE$　，　$AC \perp DF$ のとき，

$BE = DF$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
AC ⊥ BE
AC ⊥ DF

結論

BE = DF

証明

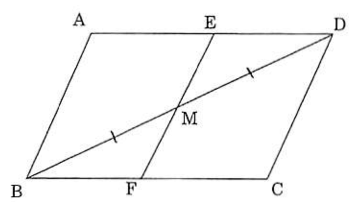
△ABEと△CDFにおいて
∠AEB = ∠CFD = 90°（仮定）
AB = CD　（平行四辺形の対辺）
∠EAB = ∠FCD　（平行線の錯角）
直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいから
△ABE ≡ △CDF
対応する辺は等しいので
BE = DF

Ⅷ－6

下の図のような▱$ABCD$　で

対角線 BD の中点を M とするとき，

$EM = FM$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
DM = BM

結論

EM = FM

証明

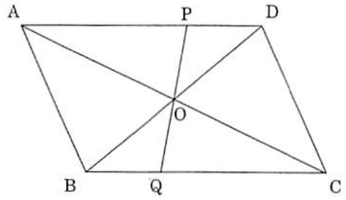
△EMDと△FMBにおいて
DM = BM　（仮定）
∠DME = ∠BMF　（対頂角）
∠MDE = ∠MBF　（平行線の錯角）
1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいから
△EMD ≡ △FMB
対応する辺は等しいので
EM = FM

Ⅷ－7

下の図のような▱$ABCD$ の

対角線 AC，BD の交点を O とするとき

OP＝OQ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
Oは対角線の交点

結論

OP = OQ

証明

△PODと△QOBにおいて

OD = OB （平行四辺形の対角線の性質）

∠PDO = ∠QBO （平行線の錯角）

∠POD = ∠QOB （対頂角）

1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいから

△POD ≡ △QOB

対応する辺は等しいので

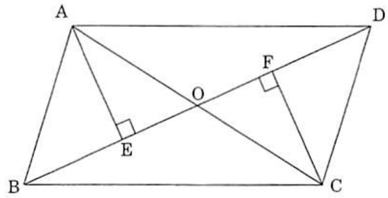
OP = OQ

Ⅷ－8

下の図の▱$ABCD$で

$\angle AEO = \angle CFO = 90°$ のとき，

$AE = CF$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
∠AEO = ∠CFO = 90°

結論

AE = CF

証明

△AEOと△CFOにおいて

∠AEO = ∠CFO = 90°（仮定）

AO = CO （平行四辺形の対角線の性質）

∠AOE = ∠COF （対頂角）

直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいから

△AEO ≡ △CFO

対応する辺は等しいので

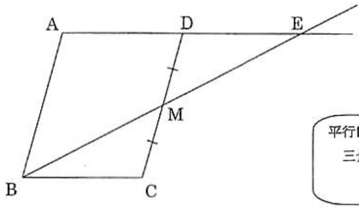
AE = CF

Ⅷ－9

下の図のような▱$ABCD$ で CD の中点を M，AD と BM の延長線の交点を E とする。

$CM = DM$ のとき，

$BC = ED$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
CM = DM

結論

BC = ED

証明

△MBCと△MEDにおいて

CM = DM （仮定）

∠BCM = ∠EDM （平行線の錯角）

∠BMC = ∠EMD （対頂角）

1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいから

△MBC ≡ △MED

対応する辺は等しいので

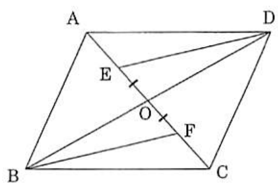
BC = ED

Ⅷ－10

下の図のような▱$ABCD$の対角線 AC，BD の交点を O とする。

$OE = OF$ のとき，

$DE = BF$ であることを証明しなさい。



仮定

▱ABCD
OE = OF

結論

DE = BF

証明

△OEDと△OFBにおいて

OE = OF （仮定）

OD = OB （平行四辺形の対角線の性質）

∠EOD = ∠FOB （対頂角）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

△OED ≡ △OFB

対応する辺は等しいので

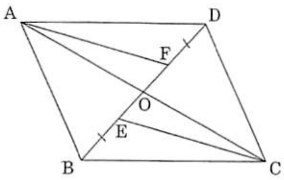
DE = BF

Ⅷ－11

下の図のような▱$ABCD$ の対角線AC，BDの交点をOとする。

$BE = DF$ のとき，

$\angle BCE = \angle DAF$ であることを証明しなさい。



仮定

▱$ABCD$
$BE = DF$

結論

$\angle BCE = \angle DAF$

証明

△BCEと△DAFにおいて

$BE = DF$　（仮定）

$BC = DA$　（平行四辺形の対辺）

$\angle EBC = \angle FDA$（平行線の錯角）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

$\triangle BCE \equiv \triangle DAF$

対応する角は等しいので

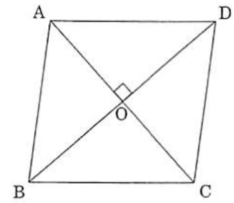
$\angle BCE = \angle DAF$

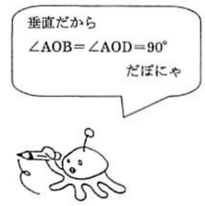
Ⅷ－12

下の図のような▱$ABCD$で

対角線ACとBDが垂直に交わるとき，

$AB = AD$ であることを証明しなさい。





仮定

▱$ABCD$
$AC \perp BD$

結論

$AB = AD$

証明

△ABOと△ADOにおいて

$AO = AO$　（共通）

$BO = DO$　（平行四辺形の対角線の性質）

$\angle AOB = \angle AOD$（仮定）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$

対応する辺は等しいので

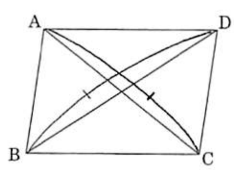
$AB = AD$

Ⅷ－13

下の図のような▱$ABCD$で

$AC = DB$ のとき，

$\angle ABC = \angle DCB$ であることを証明しなさい。



仮定

▱$ABCD$
$AC = DB$

結論

$\angle ABC = \angle DCB$

証明

△ABCと△DCBにおいて

$AC = DB$　（仮定）

$AB = DC$（平行四辺形の対辺）

$BC = CB$（共通）

3組の辺が，それぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

対応する角は等しいので

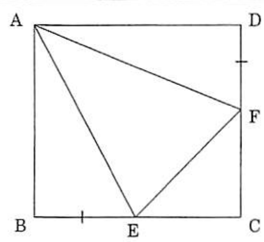
$\angle ABC = \angle DCB$

Ⅷ－14

下の図のような正方形 $ABCD$ で

$BE = DF$ のとき，

$AE = AF$ であることを証明しなさい。



仮定

$ABCD$は正方形
$BE = DF$

結論

$AE = AF$

証明

△ABEと△ADFにおいて

$BE = DF$　（仮定）

$AB = AD$　（正方形の一辺）

$\angle ABE = \angle ADF$（正方形の1つの内角）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle ADF$

対応する辺は等しいので

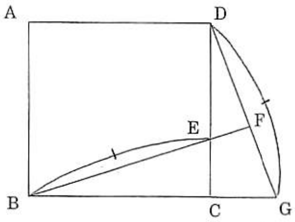
$AE = AF$

Ⅷ－15

下の図のような正方形 $ABCD$ で

$BE=DG$のとき，

$EC=GC$ であることを証明しなさい。



仮定	結論
$ABCD$は正方形 $BE=DG$	$EC=GC$

証明

$\triangle EBC$と$\triangle GDC$において

$\angle ECB=\angle GCD=90°$（正方形の1つの内角と外角）

$EB=GD$（仮定）

$BC=DC$（正方形の一辺）

直角三角形の斜辺と他の1辺が，それぞれ等しいから

$\triangle EBC\equiv\triangle GDC$

対応する辺は等しいので

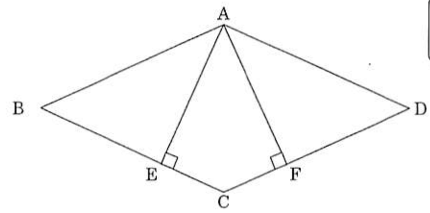
$EC=GC$

Ⅷ－16

下の図のひし形 $ABCD$ で

$AE\perp BC$ ， $AF\perp CD$ のとき，

$AE=AF$ であることを証明しなさい。



仮定	結論
$ABCD$はひし形 $AE\perp BC$ $AF\perp CD$	$AE=AF$

証明

$\triangle ABE$と$\triangle ADF$において

$\angle AEB=\angle AFD=90°$（仮定）

$AB=AD$（ひし形の一辺）

$\angle ABE=\angle ADF$（ひし形の対角）

直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいから

$\triangle ABE\equiv\triangle ADF$

対応する辺は等しいので

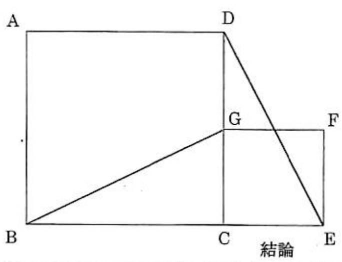
$AE=AF$

Ⅷ－17

下の図のように正方形 $ABCD$ ， 正方形 $CEFG$ で

G が CD 上にあるとき

$BG=DE$ であることを証明しなさい。



仮定	結論
$ABCD$は正方形 $CEFG$は正方形	$BG=DE$

証明

$\triangle BCG$と$\triangle DCE$において

$BC=DC$（正方形の一辺）

$GC=EC$（正方形の一辺）

$\angle GCB=\angle ECD$（正方形の1つの内角）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

$\triangle BCG\equiv\triangle DCE$

対応する辺は等しいので

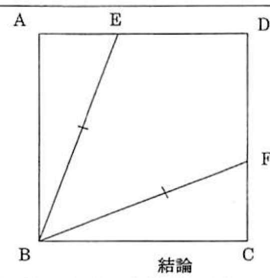
$BG=DE$

Ⅷ－18

下の図のような正方形 $ABCD$ で

$BE=BF$ のとき，

$AE=CF$ であることを証明しなさい。



仮定	結論
$ABCD$は正方形 $BE=BF$	$AE=CF$

証明

$\triangle ABE$と$\triangle CBF$において

$\angle BAE=\angle BCF=90°$（正方形の1つの内角）

$BE=BF$（仮定）

$AB=CB$（正方形の一辺）

直角三角形の斜辺と他の1辺が，それぞれ等しいから

$\triangle ABE\equiv\triangle CBF$

対応する辺は等しいので

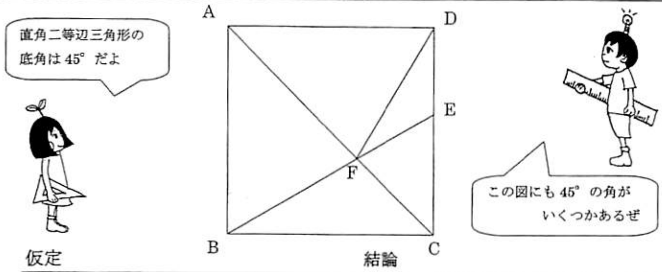
$AE=CF$

Ⅷ－19

下の図のような正方形 $ABCD$ の辺 CD 上に E をとり，

対角線 AC と BE の交点を F とするとき，

$BF = DF$ であることを証明しなさい。



仮定

$ABCD$ は正方形

結論

$BF = DF$

証明

△ABF と △ADF において

AB = AD　（正方形の一辺）

AF = AF　（共通）

∠BAF = ∠DAF（直角二等辺三角形の底角は 45°）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

△ABF ≡ △ADF

対応する辺は等しいので

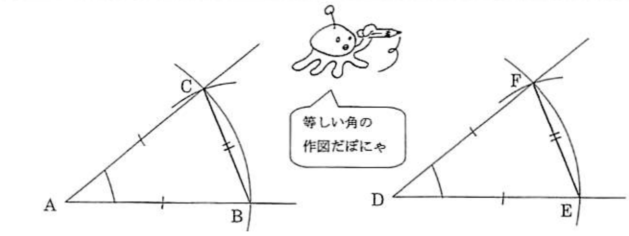
BF = DF

Ⅸ－1

下の図で

$AB = AC = DE = DF$　，　$BC = EF$ のとき，

$\angle BAC = \angle EDF$ であることを証明しなさい。



仮定

AB = AC = DE = DF
BC = EF

結論

∠BAC = ∠EDF

証明

△CAB と △FDE において

AC = DF（仮定）

AB = DE（仮定）

BC = EF（仮定）

3組の辺が，それぞれ等しいから

△CAB ≡ △FDE

対応する角は等しいので

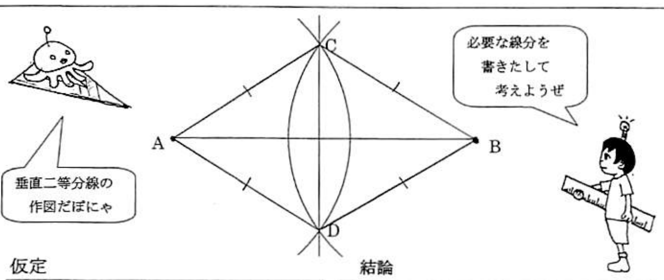
∠BAC = ∠EDF

Ⅸ－2

下の図で

$AC = AD = BC = BD$ のとき，

$\angle ACD = \angle BCD$ であることを証明しなさい。



仮定

AC = AD = BC = BD

結論

∠ACD = ∠BCD

証明

△ACD と △BCD において

AC = BC（仮定）

AD = BD（仮定）

CD = CD（共通）

3組の辺が，それぞれ等しいから

△ACD ≡ △BCD

対応する角は等しいので

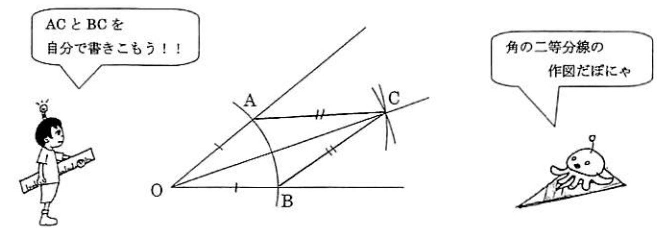
∠ACD = ∠BCD

Ⅸ－3

下の図で

$OA = OB$　，　$AC = BC$ のとき，

$\angle AOC = \angle BOC$ であることを証明しなさい。



仮定

OA = OB
AC = BC

結論

∠AOC = ∠BOC

証明

△AOC と △BOC において

OA = OB（仮定）

AC = BC（仮定）

OC = OC（共通）

3組の辺が，それぞれ等しいから

△AOC ≡ △BOC

対応する角は等しいので

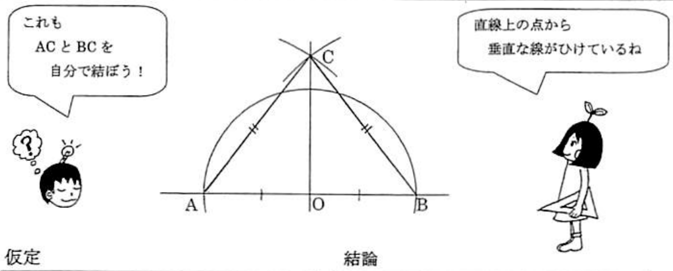
∠AOC = ∠BOC

IX－4

下の図で

$OA = OB$ ， $AC = BC$ のとき，

$\angle AOC = \angle BOC$ であることを証明しなさい。



仮定

$OA = OB$
$AC = BC$

結論

$\angle AOC = \angle BOC$

証明

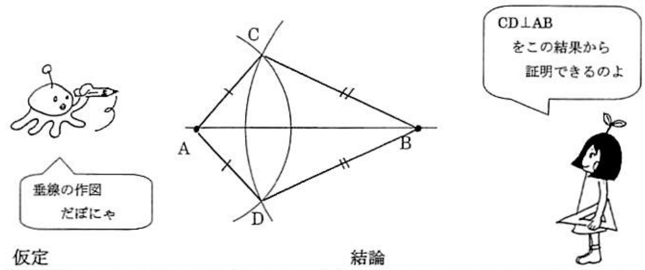
$\triangle AOC$ と $\triangle BOC$ において
$OA = OB$（仮定）
$AC = BC$（仮定）
$CO = CO$（共通）
3組の辺が，それぞれ等しいから
$\triangle AOC \equiv \triangle BOC$
対応する角は等しいので
$\angle AOC = \angle BOC$

IX－5

下の図で

$AC = AD$ ， $BC = BD$ のとき，

$\angle CAB = \angle DAB$ であることを証明しなさい。



仮定

$AC = AD$
$BC = BD$

結論

$\angle CAB = \angle DAB$

証明

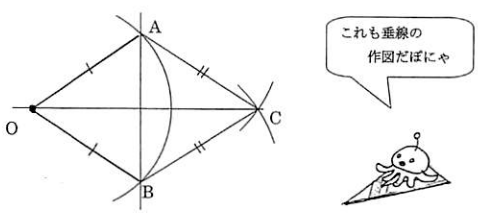
$\triangle CAB$ と $\triangle DAB$ において
$AC = AD$（仮定）
$BC = BD$（仮定）
$AB = AB$（共通）
3組の辺が，それぞれ等しいから
$\triangle CAB \equiv \triangle DAB$
対応する角は等しいので
$\angle CAB = \angle DAB$

IX－6

下の図で

$OA = OB$ ， $AC = BC$ のとき，

$\angle ACO = \angle BCO$ であることを証明しなさい。



仮定

$OA = OB$
$AC = BC$

結論

$\angle ACO = \angle BCO$

証明

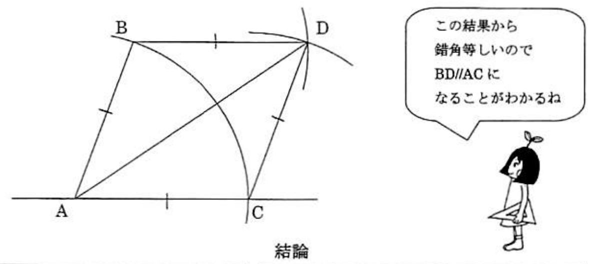
$\triangle ACO$ と $\triangle BCO$ において
$OA = OB$（仮定）
$AC = BC$（仮定）
$OC = OC$（共通）
3組の辺が，それぞれ等しいから
$\triangle ACO \equiv \triangle BCO$
対応する角は等しいので
$\angle ACO = \angle BCO$

IX－7

下の図で

$AB = AC = BD = CD$ のとき，

$\angle BDA = \angle CAD$ であることを証明しなさい。



仮定

$AB = AC = BD = CD$

結論

$\angle BDA = \angle CAD$

証明

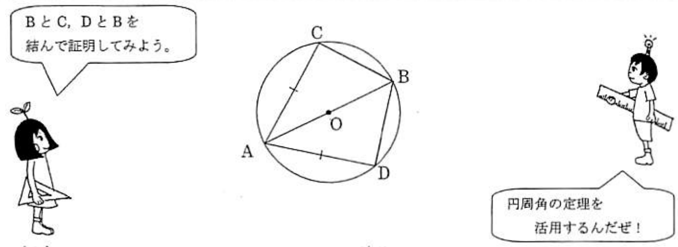
$\triangle BDA$ と $\triangle CAD$ において
$BD = CA$（仮定）
$BA = CD$（仮定）
$AD = DA$（共通）
3組の辺が，それぞれ等しいから
$\triangle BDA \equiv \triangle CAD$
対応する角は等しいので
$\angle BDA = \angle CAD$

発展－1

下の図で

$AC = AD$のとき

$\angle CAB = \angle DAB$ であることを証明しなさい。



仮定

AB は直径
AC = AD

結論

∠CAB = ∠DAB

証明

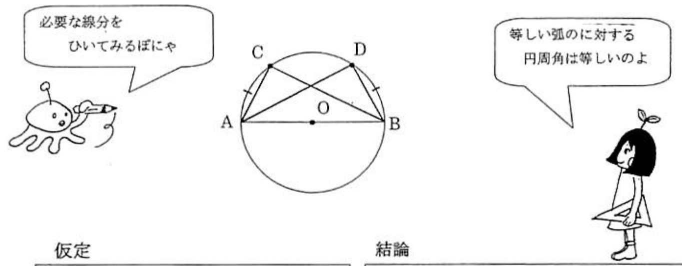
△CABと△DABにおいて
∠ACB = ∠ADB = 90°（半円の弧に対する円周角は90°）
AB = AB （仮定）
AC = AD （共通）
直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいから
△CAB ≡ △DAB
対応する角は等しいので
∠CAB = ∠DAB

発展－2

下の図で AB を直径として

$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{DB}$ のとき

$BC = AD$ であることを証明しなさい。



仮定

AB は直径
$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{DB}$

結論

BC = AD

証明

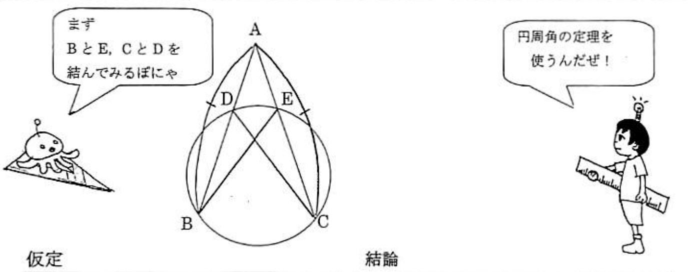
△CABと△DBCにおいて
∠BCA = ∠ADB = 90°（半円の弧に対する円周角は90°）
BA = AB （共通）
∠CBA = ∠DAB （等しい弧に対する円周角）
直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいから
△CAB ≡ △DBC
対応する辺は等しいので
BC = AD

発展－3

下の図で

$AB = AC$，3点 BCD を通る円と AC の交点を E のとき

$BE = CD$ であることを証明しなさい。



仮定

AB = AC
BCDEは同一円周上

結論

BE = CD

証明

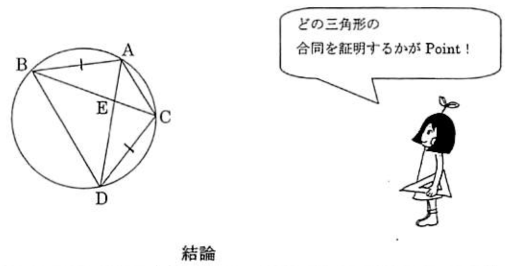
△ABEと△ACDにおいて
AB = AC （仮定）
∠EAB = ∠DAC （共通）
∠ABE = ∠ACD （$\overset{\frown}{DE}$ に対する円周角）
1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいから
△ABE ≡ △ACD
対応する辺は等しいので
BE = CD

発展－4

下の図で

$AB = CD$のとき

$EB = ED$であることを証明しなさい。



仮定

AB = CD

結論

EB = ED

証明

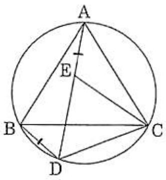
△ABEと△CDEにおいて
AB = CD （仮定）
∠BAE = ∠DCE （$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角）
∠ABE = ∠CDE （$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角）
1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいから
△ABE ≡ △CDE
対応する辺は等しいので
EB = ED

発展－5

下の図で

△ABC は正三角形で、BD＝AE のとき

$EC=DC$ であることを証明しなさい。



仮定

△ABCは正三角形
BD = AE

結論

EC = DC

証明

△AECと△BDCにおいて

AE = BD （仮定）

AC = BC （正三角形の一辺）

∠CAE = ∠CBD （$\overset{\frown}{DC}$に対する円周角）

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから

△AEC ≡ △BDC

対応する辺は等しいので

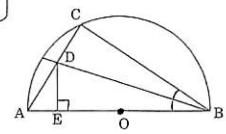
EC = DC

発展－6

下の図で

$\angle CBD=\angle ABD$，$DE\perp AB$のとき

$DC=DE$ であることを証明しなさい。



仮定

ABは直径
∠CBD = ∠ABD
DE ⊥ AB

結論

DC = DE

証明

△CDBと△EDBにおいて

∠DCB = ∠DEB = 90° （仮定と半円の弧に対する円周角は90°）

DB = DB （共通）

∠CBD = ∠EBD （仮定）

直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいから

△CDB ≡ △EDB

対応する辺は等しいので

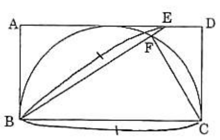
DC = DE

発展－7

下の図で

$AD=2AB$ の長方形、$BC=BE$のとき

$AB=FC$ であることを証明しなさい。



仮定

ABCDは長方形
AD = 2AB
BC = BE

結論

AB = FC

証明

△ABEと△FCBにおいて

∠EAB = ∠BFC = 90° （長方形の内角と半円の弧に対する円周角は90°）

BE = CB （仮定）

∠AEB = ∠FBC （平行線の錯角）

直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいから

△ABE ≡ △FCB

対応する辺は等しいので

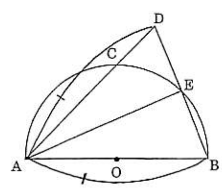
AB = FC

発展－8

下の図で

弧AC＝弧BC, $AB=AD$のとき

$BE=DE$であることを証明しなさい。



仮定

ABは直径
弧AC = 弧BC
AB = AD

結論

BE = DE

証明

△ABEと△ADEにおいて

∠AEB = ∠AED = 90° （半円の弧に対する円周角は90°とその外角）

AB = AD （仮定）

AE = AE （共通）

直角三角形の斜辺と他の1辺が，それぞれ等しいから

△ABE ≡ △ADE

対応する辺は等しいので

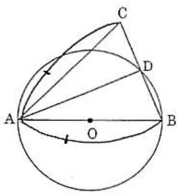
BE = DE

発展－9

下の図で

$AB = AC$のとき

$\angle BAD = \angle CAD$であることを証明しなさい。



仮定

AB は直径
$AB = AC$

結論

$\angle BAD = \angle CAD$

証明

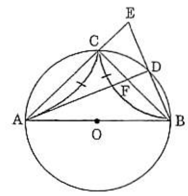
△BAD と △CAD
$\angle BDA = \angle CDA = 90^\circ$ （半円の弧に対する円周角は90°とその外角）
$AB = AC$ （仮定）
$DA = DA$ （共通）
直角三角形の斜辺と他の1辺が，それぞれ等しいから
△BAD ≡ △CAD
対応する角は等しいので
$\angle BAD = \angle CAD$

発展－10

下の図で

$CA = CB$のとき

$AF = BE$であることを証明しなさい。



仮定

AB は直径
$CA = CB$

結論

$AF = BE$

証明

△CAF と △CBE において
$CA = CB$ （仮定）
$\angle FCA = \angle ECB = 90^\circ$ （半円の弧に対する円周角は90°とその外角）
$\angle CAF = \angle CBE$ （$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角）
1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいから
△CAF ≡ △CBE
対応する辺は等しいので
$AF = BE$